

嶺東技術學院九十四學年度國際企業研究所
碩士班招生考試試題

統計學

可使用計算機

- (一). 假設 y_t 為在 t 時甲公司在臺灣證券交易所交易市場之股票價格，而 y_{t-1} 為它在 $t-1$ 時之股價。經過過去一段長期間之觀察，吾人發現相鄰 t 與 $t-1$ 兩時間之股價具有統計簡單回歸關係，即 $y_t = a y_{t-1} + \varepsilon_t$ ，此 $\{\varepsilon_t\}$ 為一系列獨立且一致 (independent and identical) 隨機變數，其平均值(mean)為零，而變異數(variance)為一已知常數， σ^2 。(共 25%)
- 1). 請問 $\{y_t\}$ 之分配為何？及其平均值(mean)與變異數(variance) 為何？(5%)
 - 2). 現假設吾人不知參數值 a 與 σ^2 ，因此欲連續觀察收集 n 天股價，設它為 y_1, y_2, \dots, y_n ，即吾人欲使用此 n 天股價來估計參數 a 與 σ^2 ；請至少列出三種估計參數 a 與 σ^2 之方法。(5%)
 - 3). 在何情況下，可以用一般最小平方法(Least Square Method)求 a 與 σ^2 ，如何獲得？(7.5%)
 - 4). 在何情況下，可以用最大可能法(Maximum Likelihood Method)求 a 與 σ^2 ，如何獲得？(7.5%)
- (二). 假設有一常態(Normal)分配之母群體(population)，此分配之兩參數(parameters): 平均值(mean) μ 與變異數(variance) σ^2 皆為已知 (given)。即 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。現吾人欲由此母群體中隨機(random)抽取 n 個樣本，設 n 個樣本之隨機變數值分別為 X_1, X_2, \dots, X_n 。吾人並計算此 n 個樣本之平均數 $\bar{X} = (\sum_{i=1}^n X_i / n)$ 及樣本之標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2}$ 。如果吾人重覆多次抽出 n 個樣本，即可得多個樣本平均數 \bar{X} (有的相同有的不同)，吾人將它重新分類與歸類，即可得一次數分配。(共 25%)
- 1). 請問此樣本平均數 \bar{X} 之抽樣各分配為何？及其平均值(mean)與變異數(variance) 各為何？(5%)
 - 2). 請問 $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ 之抽樣各分配為何？及其平均值(mean)與變異數(variance) 各為何？(5%)
 - 3). 設 $Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ ，問 $\sum_{i=1}^n (\frac{X_i - \mu}{\sigma})^2$ 為何分配？記得註明自由度(5%)
 - 4). 另設 $Y_i = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}$ ，問 $\sum_{i=1}^n (\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma})^2$ 為何分配？記得註明自由度(5%)
 - 5). 如果吾人不知 σ^2 ，試證明 $\frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$ 為何分配？記得註明自由度(5%)
- (三). 設吾人欲對一批剛製造出廠產品執行抽樣檢驗，以了解這些產品是否為在”正常製程”運作下所呈現(產製出)之品質。如果一件產品經抽出被檢測(test)結果發現它有瑕疵，吾人謂它為”不良品”。如無瑕疵則為”良品”。(50%)
- (a). 現”假設”在此一大堆產製完成產品中，其不良品所佔之比率(簡稱為不良率) p 為已知，事實上由收集與計算過去大量數據之結果，可得此 p 。
 - 1). 現吾人欲由此堆產品中隨機抽取一件加以檢測，請問此一抽出樣本為良品與不良品之機率分配為何？(5%)
 - 2). 試計算前述問題中，其機率分配之期望值(expectation)與變異數(variance)。(5%)
 - 3). 現吾人欲由此堆產品中，一次抽取一個樣本，請問直到第 n 次才”首次”發現不良品之機率分配為何？(5%)
 - 4). 試計算前述問題中其機率分配之期望值(expectation)與變異數(variance)。(5%)
 - 5). 現吾人欲由此堆產品中隨機抽取 n 個樣本 (設 n 個樣本之隨機變數分別為 X_1, X_2, \dots, X_n)，請問此抽取 n 個樣本之中，所含不良產品和(總數)之機率分配為何？設隨機變數 D 為此 n 個樣本之中不良產品和(總數)。(5%)
 - 6). 前述問題中，其機率分配之期望值(expectation)與變異數(variance) 為何？(5%)
 - (b). 現設吾人欲由製程產出產品中接連抽樣很多次，每次皆隨機抽取 n 個樣本，每次並計算此不良品比率其結果為 \hat{p} 。吾人可將這麼多之 \hat{p} (有的相同有的不同)，重新分列類與歸類，並將它構成一次數分配。
 - 7). 請問其不良品比率 \hat{p} 之抽樣分配之期望值(expectation) 為何？(5%)
 - 8). 請問其不良品比率 \hat{p} 抽樣分配之變異數(variance) 為何？(5%)
 - (c). 如果製程之機器其精確度很高，亦即所產出產品不良率 p 很小。
 - 9). 現吾人隨機抽取 n 個樣本，請問其所含不良產品個數 D ，可能服從何種機率分配？(5%) 設 D =隨機變數， d =隨機值。
 - 10). 在前述問題中，其分配期望值(expectation)與變異數(variance) 為何？(5%)

(試題結束)