准考證號碼：□□□□□□□□

嶺東科技大學98學年度碩士班招生考試試題

線性代數

☑可使用計算機

一、 **填充題 60%**：（共 12 格，每格 5 分）作答請先寫出題號再寫出填充格編號

※符號說明：A^T 表示矩陣 A 的轉置矩陣，A^{-1} 表示矩陣 A 的反矩陣，det(A) 表示矩陣 A 的行列式值，tr(A)表示矩陣的跡數(trace)，$\|v\|$表示向量 v 的歐幾里得範數(Euclidean norm)。

1. 若一線性方程組 $\begin{cases} 3x-2y=-3 \\ ax+by=9 \end{cases}$ 有無限多組解，則 a=___(1)___， b = ___(2)___。

2. 假設一矩陣 $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$，則 A^{-1}=___(3)___， A^3 = ___(4)___。

3. 假設矩陣 $A=\begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 3 & 8 & -6 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 3 & -3 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$，矩陣方程式 2X+2A=4B，則 X = ___(5)___。

4. 假設矩陣 A 和 B 為 3*3 矩陣，且滿足 det(A)=5，det(B)=4，det(2AB)=___(6)___。

5. 矩陣 $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$，若存在 EA=B，請求出矩陣 E =___(7)___。

6. 兩向量 u=(-3, 4, 2)，v=(3, -2, 6)，則兩向量的內積 $u \bullet v$=___(8)___，兩向量其夾角為銳角、鈍角或互相垂直？___(9)___

7. 令基底 $B=\left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$， $C=\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$，若向量 $[x]_B=\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$，$[y]_C=\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$，求向量 x 相對於標準基底的座標 x=___(10)___，向量 y 相對於標準基底的座標 y= ___(11)___。

8. 兩向量 u=(-6, 0, 4)，v=(3, 1, 6)，則兩向量的叉積(cross product) $u \times v$ = ___(12)___。

二、計算題 **40%**：(共 4 題，每題 10 分）請依題號作答，並須寫出計算過程才予以計分。

1. Find the values of a, b, and c for which A is symmetric matrix $A=\begin{bmatrix} 2 & 2a-2b+c & a+2b-c \\ 18 & 8 & -7 \\ -9 & 4a+3b-2c & 6 \end{bmatrix}$.

2. Use matrix multiplication to find the image of the vector(6,4) when it is rotated through an angle of $\theta = 30^0$。

3. Define an inner product on M_{22} with $\langle U,V\rangle = tr(U^T V)$, and the norm of a matrix U relative to this inner product is $\|U\| = \langle U,U\rangle^{\frac{1}{2}}$. Please find $\langle U,V\rangle$ and the cosine of the angle between U and V.

$$U=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix},\quad V=\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. Assume the matrix $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$，please find the eigenvalues of matrix A.

（試題結束）